

Vers une méthodologie de l'enseignement des maths par la résolution de problèmes.

C'est du refus de la médiocrité que naissent le talent et l'originalité.

« La pensée scientifique est une pédagogie permanente ».

Gaston Bachelard

« Tout ce qui est simple est faux, tout ce qui est compliqué est inutilisable ».

Paul Valéry

Le cadre de la réflexion

Ce document est le fruit de la réflexion et de la recherche d'un cadre de l'éducation qui croit fortement que l'enseignement des mathématiques au secondaire aurait pu conduire à de meilleurs résultats et performances de nos futurs cadres, s'il ne consistait pas à « faire des mathématiques pour faire des mathématiques ». Si on ne se contentait pas d'enseigner des procédures au lieu de développer une logique, de miser davantage sur l'apprentissage par répétition que sur la réflexion.

Al'heure où les Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication (N.T.I.C) bouleversent de plus en plus nos habitudes de travail et se présentent comme de nouveaux outils ayant le potentiel de faciliter, de repenser, d'enrichir l'exécution des diverses activités telles qu'enseigner, apprendre, nous sommes d'avis qu'il y a lieu de redéfinir les diverses activités qui se réalisent dans nos écoles ; de questionner nos habitudes et nos réflexes de travail afin de nous adapter aux défis et exigences de notre temps.

Ces interrogations et remises en question nous paraissent encore plus légitimes et pertinentes dans des champs comme l'enseignement des mathématiques. Celles-ci ne sont-elles pas les moyens les plus universels pour créer, communiquer et appliquer des idées quantitatives et structurelles ? Puisque « les mathématiques doivent permettre la formulation et la solution des problèmes dans le monde de tous les jours aussi bien que la création de nouvelles théories mathématiques en tant que fin intellectuelle en soi, mais aussi pour accroître le succès et la généralité des applications mathématiques », il est essentiel que nous redéfinissons notre manière d'enseigner cette discipline.

Mais avant d'entrer dans le vif du débat, nous croyons opportun de fixer le cadre de cette réflexion. Notre expérience d'enseignant de mathématiques et de superviseur d'enseignement de mathématiques, depuis environ dix ans, nous a montré toute l'imposture qui se greffe sur l'enseignement de cette discipline dans certaines écoles de la capitale. Les «meilleures » dit-on.

De plus en plus cette imposture se généralise, et au lieu de lui trouver des solutions qui auraient fait honneur à la profession (enseignant de mathématiques) et à l'apprentissage, nous voyons se multiplier des démarches suspectes et combien occultes qui minent davantage la situation. Depuis quelque temps, certaines écoles demandent aux parents de payer des frais supplémentaires pour des séances de remédiation en mathématiques pour leurs enfants. Elles évoquent l'incapacité d'adaptation en groupe de ces enfants. D'autres écoles se sont transformées en espace de séminaires, de cours «digital» où des «professeurs de maths» viennent résoudre des exercices que les élèves reproduisent fidèlement sur leurs cahiers.

Dans les deux cas la démarche est suspecte et occulte.

Pourquoi demander à un parent de payer, en plus de la scolarité régulière, des frais additionnels pour des cours de remédiation qui reprennent la même logique, le même enseignement conduisant à l'inadaptation et à l'échec? Le parent confie à une institution la mission de donner une formation à son enfant. N'eût-il pas été plus équitable que cette institution verse des frais de dédommagement au parent si au terme de la session l'enfant n'a rien appris? Que peut bien apprendre un élève en recopiant des exercices résolus dans son cahier?

Quand bien même ces démarches seraient motivées par les meilleures intentions (ce dont nous en doutons), les conditions de leur mise en œuvre ne peuvent favoriser que la culture de l'échec. Car le vrai problème de l'enseignement des mathématiques n'est pas tant soit peu l'incapacité des élèves à s'y adapter, mais celui du sens qu'on donne aux notions mathématiques.

La réalité de l'enseignement de cette discipline est telle que les élèves ne se sentent nullement motivés par l'acquisition d'une vraie culture mathématique. Les concepts paraissent nébuleux et dépourvus de toute signification concrète car ce qui est privilégié, c'est l'habileté et la manipulation des techniques opératoires. Ici on se contente de donner aux apprenants des formules et des réponses toutes faites. C'est l'enseignement des procédures. C'est si « bien fait » que les élèves peuvent répéter ces techniques les yeux fermés...et même en dormant.

Enseigner des procédures ou enseigner une méthode ?

Analysons cette approche avant de proposer une alternative qui, de notre humble avis, peut mieux faciliter l'apprentissage et l'utilisation des mathématiques à des fins autrement plus concrètes.

Le but d'un cours de mathématiques n'est pas de former des calculateurs, s'il est vrai qu'il faut s'attendre à ce que l'apprenant développe une certaine maîtrise dans la résolution des exercices ayant rapport au contenu étudié, c'est loin d'être la seule finalité de l'enseignement des mathématiques. Car il y a le risque de développer chez celui-ci un goût pour la facilité. Et pis encore, formé à cette école, il saura certainement résoudre des

exercices semblables à ceux dont les procédures sont connues ; mais s'il rencontre un exercice différent de l'exemple, il sera dérouté et ne saura pas quoi faire.

Prenez au hasard quelques étudiants «normaux» de terminale d'une de nos écoles réputées «bonnes». Vous serez ébloui par l'habileté dont ils font montre pour calculer des dérivées, des intégrales etc.....

Mais essayez de leur proposer des exercices où la procédure qu'il faut mettre en oeuvre n'est pas explicitée. Des exercices du genre : « Vous devez rembourser un emprunt de 120.000 gourdes en 24 versements de 500 gourdes par mois plus un intérêt mensuel de 2% sur le solde dû.

- A) Calculez le premier versement.
- B) Calculez le dernier versement
- C) Calculez le paiement total. »

Ou encore : « Vous êtes propriétaire d'une salle de spectacle dont la capacité est de 775 places. Vous avez fait un test pendant 4 samedis afin de trouver le prix de vente du ticket qui vous permettra d'avoir le plus de spectateurs. Vous avez obtenu les résultats suivants : (75, 125) ; (50, 160) ; (40, 200) ; (35, 225).

Trouvez la relation entre le prix du ticket et le nombre de spectateurs. »

Seriez-vous surpris d'apprendre que peu, et vraiment très peu, d'entre eux sauront comment aborder ces problèmes ? Pourquoi ? Parce qu'ils sont formulés autrement. Ils se retrouvent en territoire inconnu. Non parce qu'ils sont nuls, mais parce qu'ils ne peuvent transposer dans le moule qu'on leur a appris les données de ces problèmes et effectuer les calculs.

Comment s'étonner qu'au terme de 7 années d'apprentissage de maths, ceux qui arrivent à la fin du secondaire sont incapables de mettre en place une logique de pensée applicable à la vie de tous les jours ?

Objectifs de l'enseignement des mathématiques

Nous nous plaçons du point de vue que sécher sur un problème (en tentant de le résoudre, en élaborant mille stratégies de résolutions, même infructueuses) est éminemment plus profitable que reprendre un exercice résolu par un professeur. Cela fait approfondir bien des choses ; cela consolide et organise les connaissances. Et, élaborer, seul, la démarche efficace, quitte à commettre des erreurs ; recommencer, et élaborer de nouvelles stratégies de résolution n'est pas une satisfaction négligeable. Car si un exercice peut être considéré comme une preuve de savoir-faire, son intérêt essentiel est d'être un facteur d'apprentissage pour l'élève.

Nous nous plaçons aussi du point de vue qu'enseigner pour répondre aux besoins immédiats et spontanés des apprenants est une imposture qu'il faut dénoncer.

Nous sommes convaincus que la formation en mathématiques doit développer les compétences nécessaires à résoudre des problèmes dans la vie réelle. Elle doit pourvoir les élèves de compétences, savoir-faire et techniques qui leur permettent de résoudre des

problèmes auxquels ils n'auront pas été exposés. Ceci ne peut s'obtenir que si les classes de mathématiques se transforment en classes de résolution de problèmes.

Différence entre Exercice et problème

Il y a lieu, à ce stade, de différencier exercices et problèmes.

Un Exercice est une application de formules et de théories où l'élève prend les données, les transpose dans un cadre connu et effectue des calculs. Dans les exercices, la démarche est connue. L'élève n'a qu'à l'appliquer. Dans la résolution des exercices, l'élève ne joue qu'un rôle passif. On lui enseigne des procédures, on lui fournit des solutions toutes faites. Un tel enseignement ne mène pas loin.

Un Problème est une situation qui exige de nous des efforts pour la contourner, ou la modifier. D'aucuns pensent, et à raison, qu'un problème est un défi. Pour qu'il y ait problèmes, il faut que certaines procédures soient inconnues. Dans un problème, l'élève doit élaborer sa propre procédure. Cela exige une compréhension et une stratégie. L'application de la stratégie est la phase ultime du processus de résolution de problèmes. Ce n'est pas la plus importante. Mais bien plus l'élaboration de la stratégie.

Dans l'apprentissage des mathématiques par la résolution de problèmes, l'élève est amené à commettre des erreurs. Il ne faut pas lui donner la réponse pour autant, mais l'amener à se poser des questions qui lui permet de voir la faille, de prendre en compte toutes les données du problème et d'élaborer une nouvelle stratégie de résolution. Cette attitude va lui montrer que chaque problème apporte des idées nouvelles et prépare à d'autres problèmes. Il y a lieu de reconnaître que c'est là une bien meilleure méthode que d'avoir les solutions sans comprendre la démarche. Amener l'élève à travailler lui-même lui donne plus de confiance en lui, cela procure de la fierté et développe le sentiment qu'il a la capacité de travailler et d'arriver aux solutions. Cela peut l'aider à aimer ce qu'il fait et à avoir envie d'aller plus loin.

Former pour les métiers de demain

Nous croyons bon de préciser que le premier devoir de l'enseignement des mathématiques est de mettre l'accent sur la méthodologie dans la résolution des problèmes. Trop souvent les professeurs se contentent de reproduire les solutions, donnant, ce faisant, à l'apprenant un goût certain pour la facilité et laissant ainsi peu de place à un réel espace d'apprentissage.

Du reste, nous l'avons déjà dit, on ne peut enseigner en répondant aux besoins spontanés et immédiats des élèves. L'école doit préparer aux métiers de demain, et non aux métiers d'avant hier. Et personne ne sait de quoi sera fait le monde de demain. Quels en seront les défis ? les besoins ? les urgences ? Voilà pourquoi il nous semble impératif de développer dans l'enseignement des mathématiques une méthode et une logique de travail qui procèdent par complexité croissante : Mettre l'élève en situation de défi permanent, garder sa motivation à un niveau toujours plus élevé et le rendre autonome par le développement de la confiance en soi tout en lui inculquant un certain goût pour l'apprentissage.

Nous avons dit plus haut que travailler sur une démarche de résolution de problèmes amènera certainement l'apprenant à commettre des erreurs. Voilà la grande vérité ! L'apprentissage ne se fait que par une démolition systématique de l'erreur. Mais si l'apprenant n'a pas l'occasion d'en commettre, comment espérer qu'il apprenne ? Si on se contente de lui donner des réponses toutes faites, de lui enseigner des procédures, comment espérer qu'il mette en œuvre une démarche logique applicable aux situations complexes et à la vie de tous les jours.

Positiver l'erreur

Connaître, disait Bachelard, c'est avoir reconnu et rejeté des conceptions erronées, et les remplacer par des conceptions correctes. On connaît contre une connaissance antérieure, en détruisant des connaissances mal faites¹.

Il faut inculquer aux élèves une perception positive de l'erreur. Celle-ci ne doit pas être perçue comme signe de maladresse, de crétinisme ou d'imbécillité. Au vrai, il faut leur dire qu'il n'y a erreur que là où il y a prétention à la vérité. L'erreur est le lieu privilégié du savoir et de la science. Il n'y a erreur que là où il y a une mise en œuvre de jugement.

La méthodologie de l'enseignement des maths au secondaire doit reposer en grande partie sur le travail des élèves, avec le professeur pour guide. C'est une approche qui vise à rendre l'élève autonome, à lui donner les moyens de reconnaître que sa solution est erronée. Alors il lui deviendra davantage possible de recommencer et d'élaborer une nouvelle solution à partir de cette reconnaissance. D'ailleurs, l'expérience n'est-elle pas le souvenir des erreurs rectifiées ?².

Seul l'enseignement des mathématiques par la résolution de problèmes peut faciliter l'apprentissage.

Des types d'erreur

Il reste entendu que seuls des professeurs de plus en plus qualifiés et expérimentés peuvent répondre aux exigences de l'enseignement par la résolution de problèmes. D'une part, parce que, l'erreur devenant un pôle incontournable du processus d'apprentissage, et d'autre part, parce que toutes les erreurs n'exigeant pas la même intervention, il va de soi qu'il faut un diagnostic (de l'erreur) avant de proposer une quelconque remédiation. Car il y a des erreurs qui ne sont qu'une distraction de l'esprit et d'autres qui révèlent une manière de connaître et de faire. Les erreurs les plus fréquentes sont :

- a) Des erreurs de savoir : L'élève ne sait pas une définition, une règle, un théorème.
- b) Des erreurs de savoir-faire : L'élève ne sait pas comment mettre en œuvre une technique, élaborer une stratégie pour résoudre un problème ; ou ne sait pas utiliser un instrument (par exemple l'utilisation de la règle et du compas).

¹ La formation de l'esprit scientifique, Gaston Bachelard, PUF.

² Gaston Bachelard

- c) Des erreurs liées à ces savoir ou à ces savoir-faire : L'élève ne sait pas reconnaître une situation de proportionnalité, ne sait pas que l'utilisation du théorème des accroissements finis est pertinente pour établir des inégalités.
- d) Des erreurs de logique ou de raisonnement.

Il semble évident que chacune de ces erreurs nécessite une approche différente et une intervention différenciée de l'enseignant.

Organiser la classe en séquences

Il ressort de ces considérations que la classe de mathématiques est un lieu de débats et de discussion. Un espace où s'affrontent diverses stratégies et méthodes. Il n'y a pas de place ici pour les exposés magistraux (« digital » selon le vocable en usage dans certaines écoles) lesquels ne laissent guère d'initiatives aux élèves. L'enseignement des mathématiques par la résolution de problèmes doit se faire sur la base d'un contrat didactique clair entre l'enseignant et les apprenants. On gagne à coup sûr à expliciter d'entrée de jeu la part de contrat qui revient à chacun des acteurs du processus.

Les activités préparatoires, la préparation du cours visent à créer chez l'apprenant une attitude critique et de jugement. Ce sont ces activités qui doivent constituer l'aliment essentiel du cours. L'Enseignant n'interviendra que pour éclaircir un point obscur et mal compris, ou pour apporter plus de sens, d'à propos et de contenu au thème traité.

Sans avoir la prétention de proposer une panacée, voici un module de cours qui peut servir de base de discussion. Il reste légitime que chaque enseignant peut et doit organiser sa classe en fonction de ses objectifs, de son style de travail et de son tempérament. Cependant il y a une manière de faire qui conduit à des résultats plus probants.

Le cours peut être divisé en cinq séquences ou module :

Séquence 1 : Elle se rapporte aux activités préparatoires (annonçant les compétences du cours et le rappel des notions nécessaires à sa compréhension). Cette tâche se veut une mise au point théorique introduisant le thème du cours.

Séquence 2 : La préparation du cours se veut une prise en compte du contenu par l'apprenant. Ce qui a pour objectif de le sensibiliser aux nouveaux concepts liés au thème étudié et de mettre en œuvre une attitude de jugement et de participation.

Séquence 3 : Le professeur intervient pour faire apparaître les connaissances essentielles, les résultats du cours qu'il faut connaître, pour éclaircir certains points obscurs et faciliter davantage la compréhension du cours.

Séquence 4 : Elle traite spécifiquement de la méthode et de la stratégie à adopter pour résoudre les problèmes se rapportant au cours (résolution de problèmes). Ce sont les

fameuses séquences dites Travaux Dirigés (T.D.). Le professeur propose divers types de problèmes de complexité croissante où les procédures à utiliser sont inconnues des élèves dans le but de voir comment ils abordent les problèmes et élaborent les stratégies de résolution.

Séquence 5 : Le professeur revient pour faire un rappel des résultats essentiels, des notations et aider les élèves à surmonter les difficultés auxquelles ils sont confrontés dans la résolution des problèmes. Non pas en leur donnant les solutions, mais en les amenant à se questionner sur les données du problème, et sur la pertinence de ces données.

Méthodologie de la résolution de problèmes

Si l'objectif de l'enseignement des mathématiques au secondaire n'est pas de former des calculateurs, ni de donner aux élèves des formules et des réponses toutes faites, il faut leur donner une méthode de travail, une démarche à suivre pour bien comprendre et résoudre un problème. La stratégie de résolution de problèmes comporte quatre étapes qui doivent être suivies logiquement.

Étape 1 : La première est celle de la compréhension du problème. Les élèves ont à gagner en se représentant clairement la tâche qu'ils ont à accomplir. Il faut saisir toutes les données pertinentes du problème, les organiser de façon cohérente afin de dégager la problématique qui est présentée. C'est l'étape la plus importante du processus, car d'elle dépendent les trois autres. Apprendre à résoudre un problème signifie d'abord identifier, dans un énoncé, l'information pertinente.

Étape 2 : La seconde est celle de la conception d'un plan ou de l'organisation structurée de l'information trouvée. Il s'agit de repérer les connaissances déjà acquises qui pourraient être utiles et de les organiser en fonction des indices fournis par la situation donnée. Le plan anticipe les opérations à faire. C'est l'outil qui va guider toute la démarche.

Étape 3 : La troisième étape est la mise en application du plan. Des fonctions étant définies, mises en relation entre elles et appliquées dans une suite logique d'opérations.

Étape 4 : Ces opérations produisent une solution qui doit être vérifiée. C'est la dernière étape. Elle sous-entend l'habileté à imaginer et à vérifier la pertinence des stratégies d'action et solutions possibles.

La réponse obtenue est-elle vraisemblable ? Vérifie-t-elle les données du problème ? Ce sont ces questions qui permettent de déceler d'éventuelles lacunes possibles et de les corriger s'il y a lieu.

Ce que nous connaissons et répétons machinalement nous donne un sentiment de confiance et de sûreté. C'est ce sentiment qui nous amène à préférer tout ce qui est simple, tout ce qui est facile. La peur de nous trouver en territoire inconnu, le goût de la monotonie et de la facilité nous confortent au point de nous amener à miser davantage sur l'apprentissage par répétition que sur la réflexion. Nous demandons à nos élèves de répéter les mêmes

mécaniques sans leur laisser la possibilité de développer eux-mêmes leurs façons d'aborder les problèmes. Et nous nous étonnons de voir qu'au terme de leur cycle d'études au secondaire, ils sont incapables de raisonner et de réfléchir. C'est notre enseignement qui est en cause.

Si nous prenons le temps d'enseigner autrement, de créer l'ambiance favorable à l'apprentissage, de cesser de nous entendre chanter en classe (certains d'entre nous ne se font-ils pas appeler « digital », « super-star » ? Ciel ! qu'avons-nous fait pour mériter pareille déroute de l'intelligence ?) ; si nous opposons à nos recettes, à nos « cours digitaux » de véritables séquences de travail planifiées où nos élèves y prennent part ; si nous les amenons à développer des techniques de résolution de problèmes et une logique de raisonnement applicable à la vie de tous les jours, nous les préparerons mieux à employer les processus rigoureux leur permettant de développer leur potentiel et de pouvoir, demain, les appliquer dans des situations autrement plus complexes que la réalité de la salle de classe.

Erno Renoncourt
Professeur de Mathématiques et d'Informatique (Juillet 2003)
Collectif Intégrale